中国人民大学 RENMIN UNIVERSITY OF CHINA | 统计学院 SCHOOL OF STATISTICS

远期、期货和互换

孟生旺

- **金融衍生工具**：从基础资产（如商品、证券、利率、指数）派生出来的金融工具，其价值依赖于基础资产的价格。
- 常见的金融衍生工具：
  - 远期（forwards）
  - 期货（futures）
  - 互换（swaps）
  - 期权（options）

主要内容

- 远期、期货及其定价
- 合成远期
- 互换及其定价

远期合约

- 远期合约：双方约定在未来某一个确定的时间，按照某一确定的价格买卖一定数量的某种资产的协议。例：小麦，石油
  - 标的资产（基础资产）：双方约定买卖的资产。
  - 交割价格：约定的成交价格。
  - 空头：卖出标的资产的一方。
  - 多头：买入标的资产的一方。

回收和盈亏

- **回收**： 持有人在合约到期时实现的现金价值。
  - 多头的回收 ＝ 合约到期时的即期价格 － 交割价格

    例：约定1年后以40美元买入石油。如果到期时石油价格为50美元？
  - 空头的回收 ＝ －多头的回收
- **盈亏**：从回收中扣除初始费用的终值。
  - 盈亏 ＝ 回收－初始费用的终值

    注：远期合约的初始费用为零，盈亏 = 回收。

例：投资者通过远期合约购买股票，约定一年后的交割价格为105元。如果一年后股票价格上升为115元，没有分红，计算远期合约多头的回收和盈亏。

解：

- **回收 ＝ 115－105 ＝ 10**
- **盈亏 ＝ 10－0 ＝ 10**

0 1

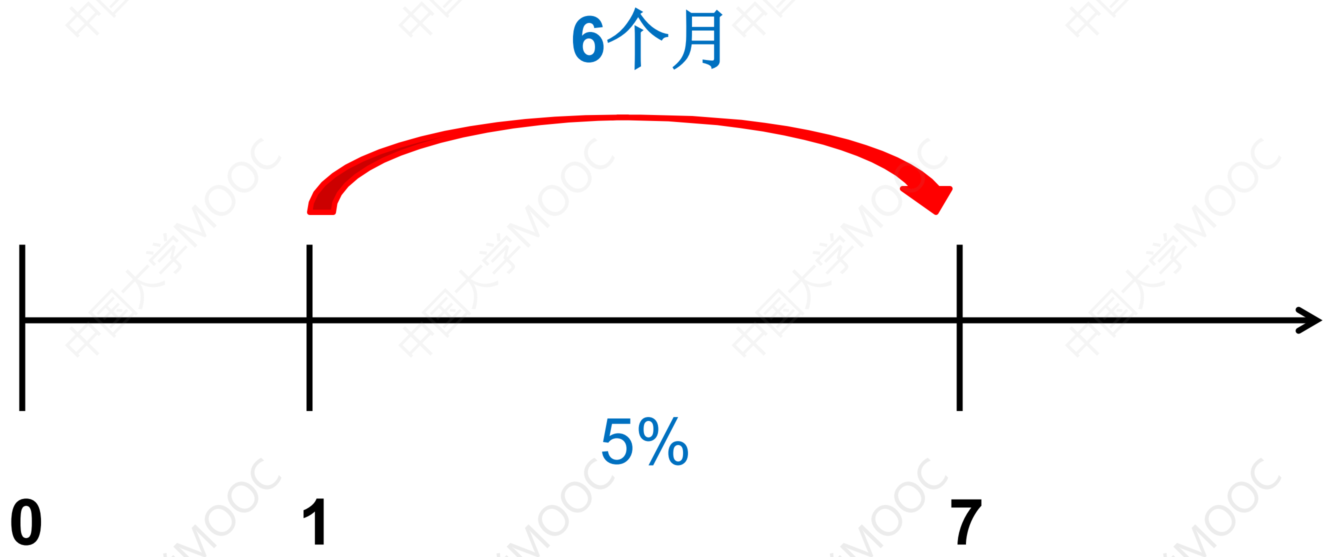
交割价格：105元
市场价格：115元

远期合约的类型

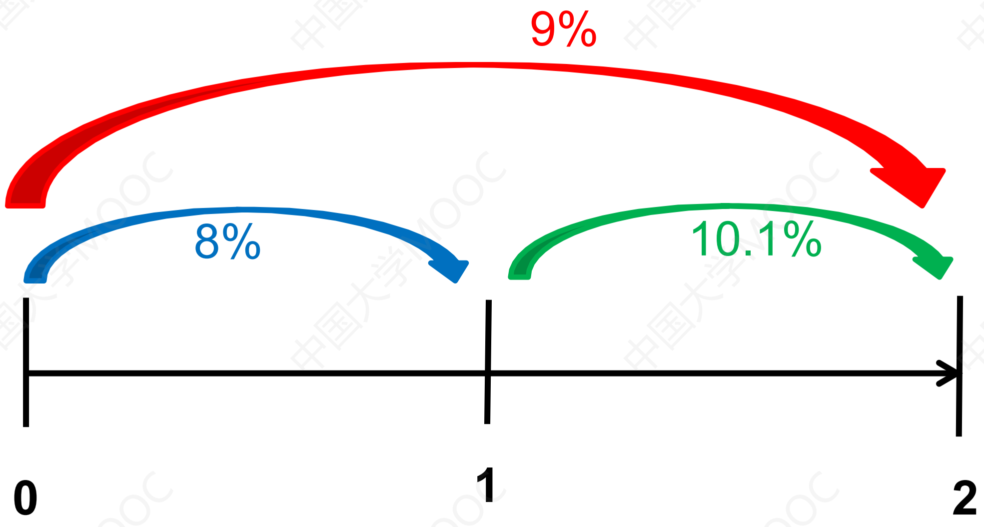
- 商品远期合约
- 金融远期合约
    - 远期利率协议
    - 远期外汇合约
    - 远期股票合约

例：远期利率协议

- **远期利率**：将来某个时点开始的一定期限的利率。
- **例**：1×7远期利率：1个月后开始的期限为6个月的远期利率



远期利率由一系列即期利率决定



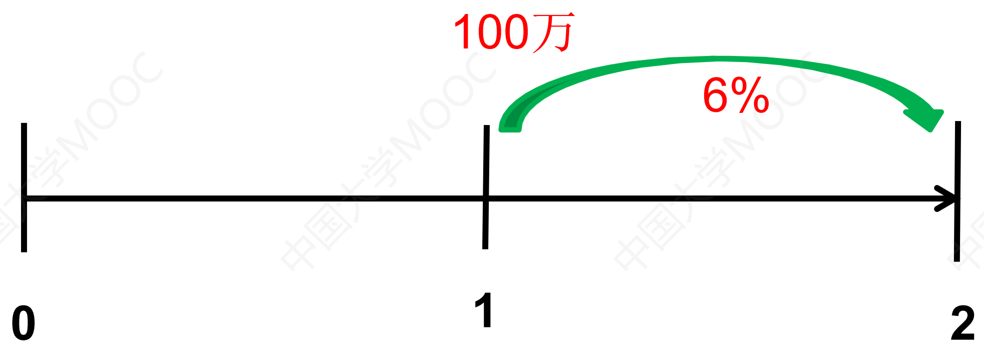
例：

- **一年期的即期利率为8%**
- **二年期的即期利率为9%**
- **则从第一年末到第二年末的远期利率为 $i = 10.01\%$，即**

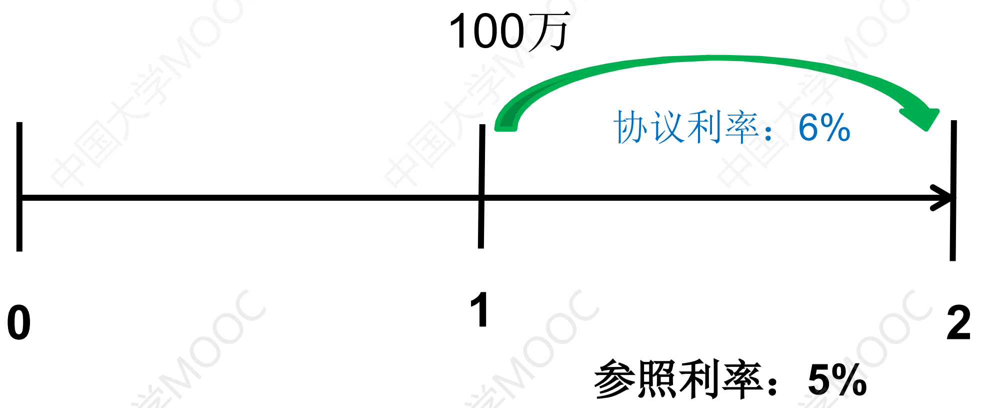
$$(1+8\%)(1+i) = (1+9\%)^2 \Rightarrow i = 10.01\%$$

- **远期利率协议**：双方同意从未来某一日期开始，在特定时期内按**协议利率**借贷一笔**名义本金**的协议。

- 双方订立远期利率协议的目的：
  - 借入方——规避利率上升的风险
  - 借出方——规避利率下降的风险



- 不必交换本金，只需支付结算金（利息差额）：
  - 例：若参照利率（市场利率）下降，借出方获得结算金。
- 参照利率如何选择？
- 参照利率：不易操纵，定义明确，如曾经的 LIBOR



LIBOR

- 伦敦银行间同业拆借利率(LIBOR)
- 是商业贷款、抵押贷款的基准利率。
- 即将退出历史舞台 ……
  - 原因：被操纵、不利于金融稳定……

SHIBOR

- 上海银行间同业拆借利率（Shanghai Interbank Offered Rate）
- 2007年1月4日正式运行。
- 是单利利率。
- 包括隔夜、1周、2周、1个月、3个月、6个月、9个月及1年。

结算金的计算（单利）

例：公司与银行签订了一份6×9的远期利率协议，协议利率为4%，名义本金为1000万元。如果6月末参照利率为4.5%，A公司可以获得多少结算金。

利率之差 = 0.5%

利息之差 = 1000 * 0.5% * 3/12 = 5/4

结算金 = 利息差额的现值 = $\dfrac{5/4}{1+\frac{3}{12}\times 4.5\%}$

结算金的计算公式

$$\text{结算金}=\frac{(\text{参照利率}-\text{协议利率})\times\text{名义本金}\times t}{1+\text{参照利率}\times t}=\frac{(4.5\%-4\%)\times 1000\times\frac{3}{12}}{1+4.5\%\times\frac{3}{12}}=1.2361(\text{万元})$$

$t=$ 贷款期限（以年为单位表示）

- **分子：利率之差导致的额外利息支出，发生在到期时。**
- **分母：用参照利率，折现至结算日。**
- **用单利计算。**

期货合约

- **期货合约**：双方在将来某个日期按约定条件买卖一定数量标的资产的**标准化**协议。
- 按标的物的不同，期货合约可以分为
  - 商品期货：标的物为实物商品
  - 金融期货：标的物为金融工具

中国期货品种

（1）**上海期货交易所**：铜、铝、锌、天然橡胶、燃油、黄金、螺纹钢、线材

（2）**大连商品交易所**：大豆、豆粕、豆油、塑料、棕榈油、玉米、PVC

（3）**郑州商品交易所**：硬麦、强麦、棉花、白糖、PTA、菜籽油、籼稻

（4）**中国金融期货交易所**：

- 股指期货：沪深300股指期货，上证50股指期货，中证500股指期货
- 国债期货：2年期国债期货，5年期国债期货，10年期国债期货

例：上海期货交易所黄金期货标准合约

交易品种	黄金
交易单位	1000克/手
报价单位	元/克
最小变动价位	0.01元/克
每日价格最大波动限制	不超过上一交易日结算价±5%
合约交割月份	1—12月
交易时间	上午9:00—11:30 下午1:30—3:00
最后交易日	合约交割月份的15日（遇法定假日顺延）
交割日期	最后交易日后连续五个工作日
最低交易保证金	合约价值的7%
交易手续费	不高于成交金额的万分之二（含风险准备金）

例：沪深300股指期货合约

合约标的	沪深300指数
合约乘数	每点300元
报价单位	指数点
最小变动价位	0.2点
合约月份（交割月份）	当月、下月及随后两个季月。季月（3, 6, 9, 12月）
交易时间	上午：9:30-11:30，下午：13:00-15:00
每日价格最大波动限制	上一个交易日结算价的 ±10%
最低交易保证金	合约价值的8%
最后交易日	合约到期月份的第三个周五（遇法定假日顺延）
交割日期	同最后交易日
交割方式	现金交割

期货交易的保证金

- **初始保证金:（5% - 20%）**
- **盯市：每天根据期货价格的涨跌计算盈亏，调整保证金账户。**
  - 例：当日购买价格100万，次日跌至99万，浮动亏损1万，保证金账户核减1万。
- **保证金低于维持保证金水平时，要追加保证金**
- **维持保证金: 通常是初始保证金的75%**

例：投资者以6万元/吨的价格买入20手上海铜（1手为5吨）。保证金比率为10%，维持保证金为初始保证金的75%。问：

(1) 初始保证金和维持保证金是多少?

(2) 次日，如价格跌至5.9万元/吨，浮动盈亏是多少?保证金账户余额是多少？

解：

(1) 初始保证金 = 6×5×20×10% = 60

维持保证金 = 60×75% = 45

(2) 浮动盈亏 = (5.9 - 6)×5×20 = - 10

保证金账户余额 = 60 – 10 = 50

远期的定价：无套利定价法

远期定价：计算资产的远期价格

远期价格： 标的资产在未来某个时点上的理论价格。

例：

A公司：年末需一批材料，价格是1000万元。公司目前没钱，也无处存放。

B公司：我替你买好，先存着，年末再卖给你。

年末的价格应该是多少？需考虑持有成本

远期的定价方法：无套利定价法

套利：低价买入，高价卖出。

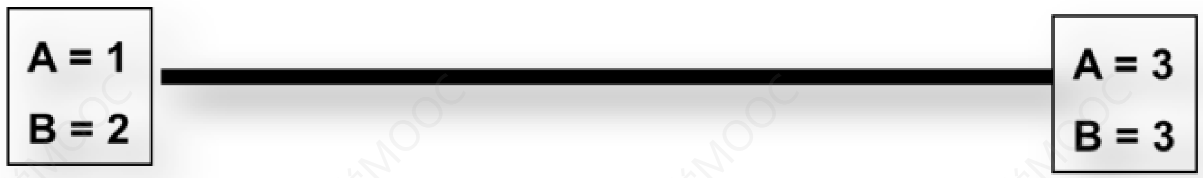
套利类型：

- 跨期套利、跨市套利
- 正向套利，反向套利

无套利定价的具体表现：终值相等，现值也相等。

否则就存在套利机会：低价买入，高价卖出

例：投资者的资产组合：A + B



目前：卖掉B，换成 3A

到期：3A = A + B + 3

远期定价符号

远期价格 F

多头的价值 f　　　　交割价格 K

资产的价格 S　　　　资产的价格 S_T

$t = 0$　　　　T

注：在合约签订之日（t = 0），$f = 0$, $K = F$

远期合约中，标的资产的类型
（仅考虑金融资产）

- 到期前不产生收益的资产：　零息债券
- 到期前产生已知收益的资产：附息债券
- 到期前连续产生收益的资产：股票指数

如何计算远期价格？

- 到期前不产生收益的资产
- 到期前产生已知收益的资产
- 到期前连续产生收益的资产

到期前不产生收益的资产

在 $t = 0$：

A：一份远期合约多头 f，加上现金 Ke^{-rT}

B：单位资产。

在 T：

A：现金变为 K，执行远期合约支付 K 购买单位资产。

B：单位资产

A和B的当前价值也相等： $f + Ke^{-rT} = S$

根据无套利原理：

$$f + Ke^{-rT} = S$$

在合约签订之日，多头的价值 f = **空头的价值** $-f$**，故有** $f = 0$

根据无套利定价原理，在合约签订之日， $K = F$ **：**

$$F = Se^{rT}$$

$=$ **现价的累积值**

例: 股票不支付红利，当前价格为50美元。无风险年利率为5%。计算该股票一年期的远期价格。

解:

$$F = S(1+r) = 50(1.05) = 52.50$$

例： 考虑一份远期合约多头，标的资产是剩余期限为6个月的零息债券，交割价格为960。该债券的现价为940。 无风险利率（连续复利）为10%。
计算远期合约多头的价值。

0 0.5

S = 940 K = 960

解：

远期价格： $F = 940 \times \exp(0.5 \times 0.1)$

远期合约多头的价值：

$$f = (F - 960)\exp(-0.5 \times 0.1) = 26.82$$

到期前产生已知收益的资产

令已知收益的现值为*D*，

在时间t = 0：

A：一份远期合约多头 f + 现金 Ke^{-rT}

B：单位资产 + 负债 *D*（欠款）

在时间 T：

A：单位资产

B：资产的收益*D* 刚好偿还负债，剩余单位资产

根据无套利定价法，A和B的现值也相等，即 $f + Ke^{-rT} = S - D$

根据无套利原理

$$f + Ke^{-rT} = S - D$$

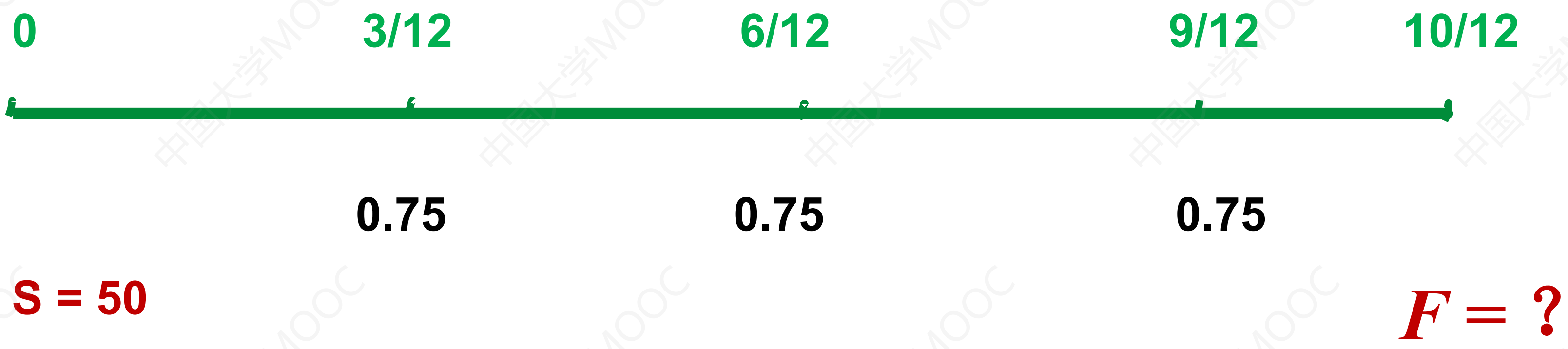
在合约签订之日，$f = 0$，且 $K = F$，故有：

$$F = (S - D)e^{rT}$$

=现价的累积值 —收益的累积值

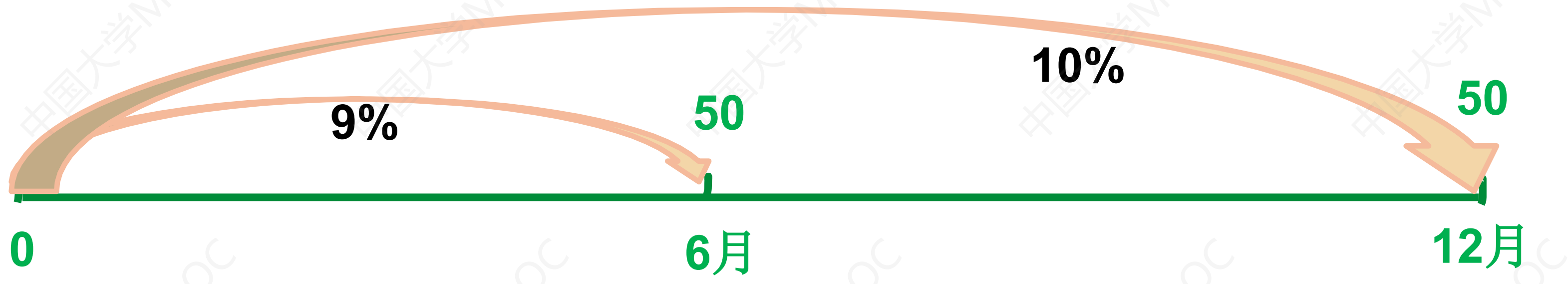
例：股票的当前价格是50美元。无风险利息力为8%。股票3月末、6月末和9月末的红利为0.75美元。计算股票10月末的远期价格。

解:



$$F = 50e^{0.08\times10/12} - 0.75\left(e^{0.08\times(10-3)/12} + e^{0.08\times(10-6)/12} + e^{0.08\times(10-9)/12}\right) = 51.13$$

例： 债券的现价为950元，一年期远期合约的交割价格为960元，债券在6个月末和12个月末都将收到50元的利息，且第二次付息日在远期合约交割日之前。假设6个月期和12个月期的连续复利分别为9%和10%，求远期合约**多头**的价值。



S = 950

K = 960

$$F = 950e^{0.1} - 50e^{0.1-0.09/2} - 50$$

$$f = (F - 960)e^{-0.1}$$

（验证等价）

到期前连续产生收益的资产

假设资产的连续收益率为δ,

在t = 0：

A：一份远期合约多头f + 现金Ke^{-rT}

B：$e^{-\delta T}$ 单位的资产，且资产的收益全部投资于该资产。

在 T ：

A：单位资产

B：单位资产

根据无套利定价法，A和B的当前价值也相等： $f + Ke^{-rT} = Se^{-\delta T}$

根据无套利原理：

$$f + Ke^{-rT} = Se^{-\delta T}$$

在合约签订之日，$f = 0$，且 $K = F$ ，故有

$$F = Se^{(r-\delta)T}$$

= 现价按净利息力计算的累积值

例：沪深300指数的现值是3000点，无风险连续复利为6%，股指的平均连续红利率为2%。如果股指6个月期远期合约的交割价格为3050点，求该远期合约多头的价值（假设每点折合200元）。

0　　$r = 6\%,\ \delta = 2\%$　　0.5

S = 3000　　K = 3050

$$f = 200(F-K)e^{-rT} = 200\times(3060.6-3050)e^{-0.06\times0.5} = 2057$$

远期定价小结

到期前不产生收益的资产：

远期价格 = 现价的累积值

到期前产生已知收益的资产：

远期价格 = 现价的累积值 – 收益的累积值

到期前产生连续收益率的资产：

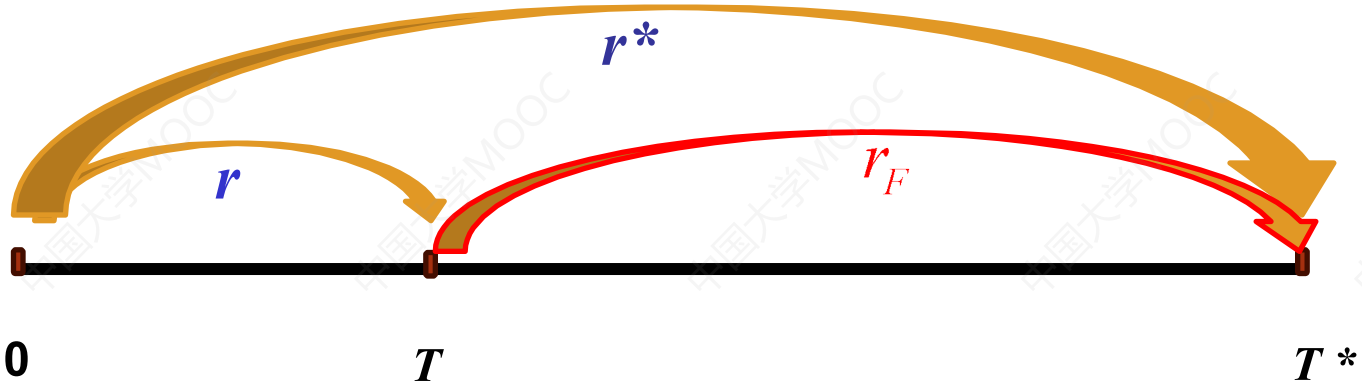
远期价格 = 现价按净利息力计算的累积值

净利息力 = 无风险利息力 – 连续收益率

远期价格和持有成本

- 远期价格 = 现价 + 持有成本
- 持有成本：
  - 对于普通商品，包括资金占用成本、储存成本、保险成本等。
  - 对于金融资产，仅包括资金占用成本

远期利率协议的定价

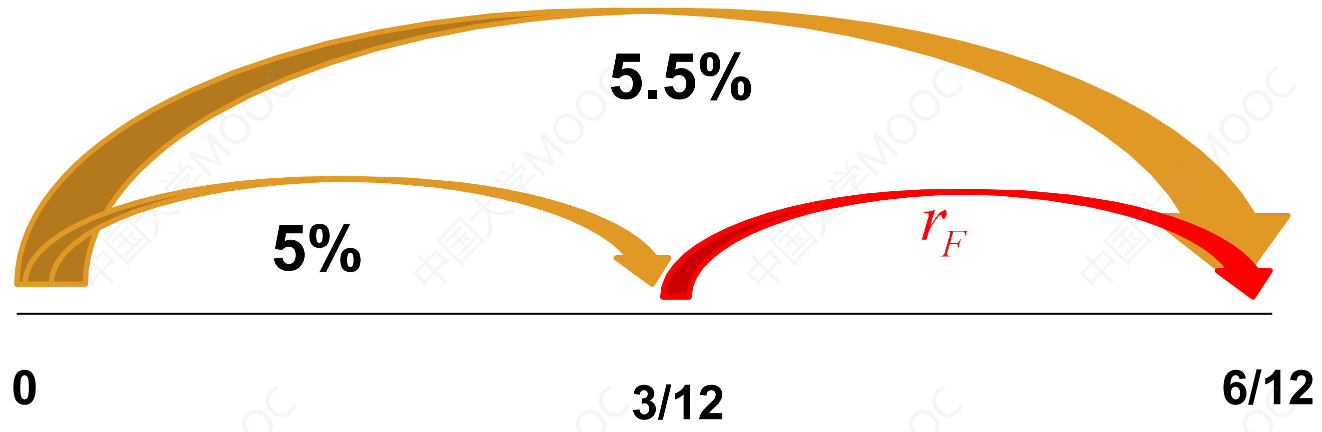


（均为连续复利）

$$\mathrm{e}^{r^*T^*} = \mathrm{e}^{rT}\mathrm{e}^{r_F(T^*-T)} \quad \Rightarrow \quad r_F = \frac{r^*T^* - rT}{T^* - T}$$

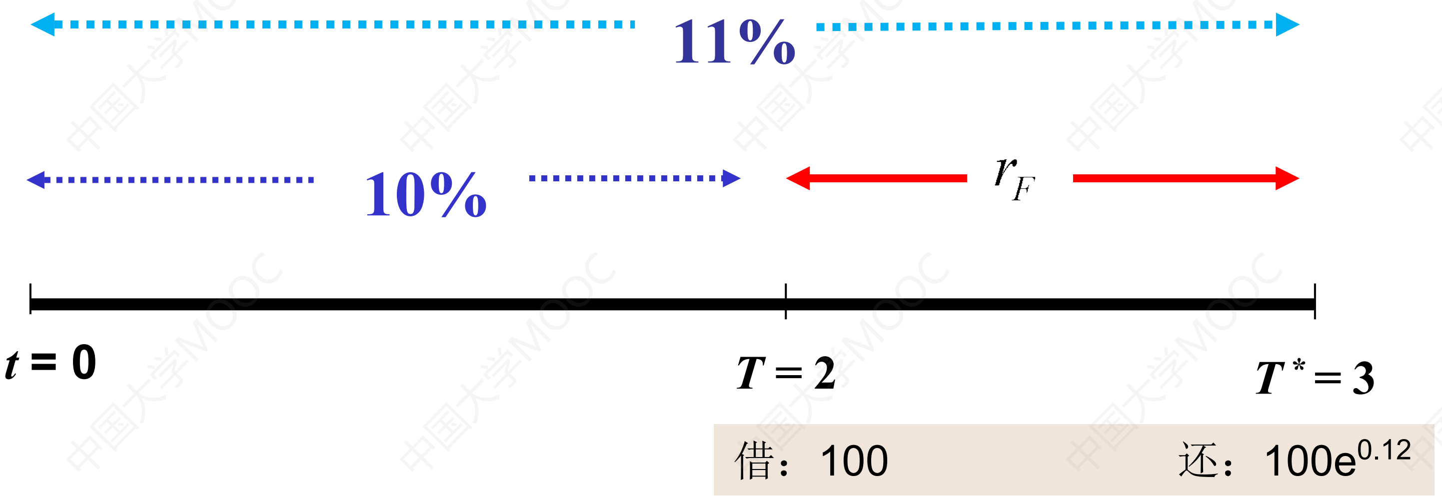
$$\frac{\text{终点利率} \times \text{终点时间 - 起点利率} \times \text{起点时间}}{\text{终点时间 - 起点时间}}$$

例：假设3个月和6个月的 SHIBOR 分别为5% 和5.5%，均为连续复利。计算3×6的远期利率。

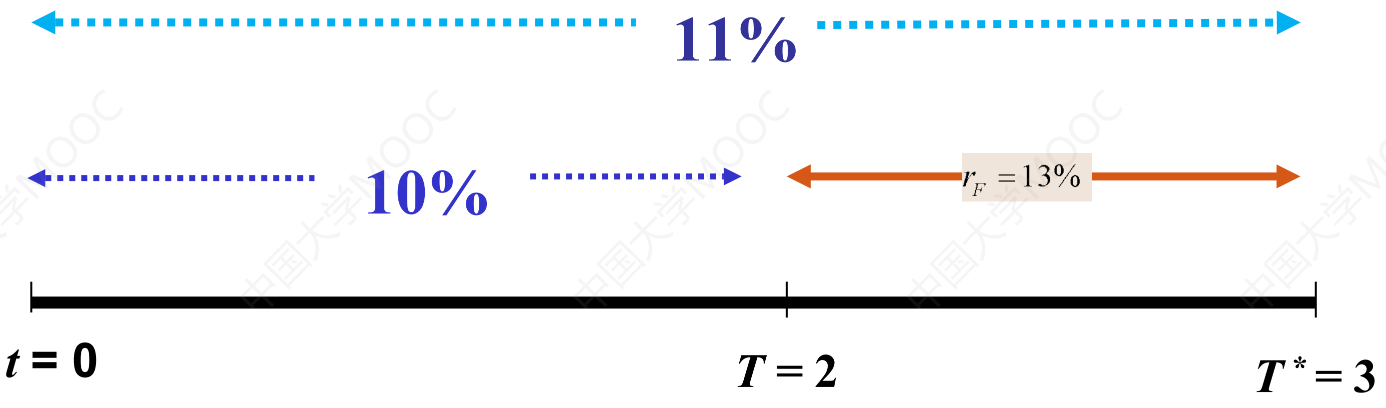


$$r_F = \frac{6/12 \times 0.055 - 3/12 \times 0.05}{6/12 - 3/12} = 6\%$$

例：2年期的即期利率为10%，3年期的即期利率为11%，均为连续复利。本金为100万元的2年×3年远期利率协议的交割利率为12%（连续复利）。计算远期利率协议多头的价值。



参考答案：



借：100　　还：$100e^{0.12}$

远期利率：

$$r_F = \frac{0.11\times 3 - 0.10\times 2}{3-2} = 13\%$$

多头价值（两种计算方法）：

（1）$f = 100(e^{0.13} - e^{0.12})e^{-0.11\times 3} = 0.8146$

（2）$f = 100\times e^{-0.10\times 2} - 100\times e^{0.12}e^{-0.11\times 3} = 0.8146$

合成远期

现价：S = 100　　　　远期价格：F = 105

0　　　　年有效利率5%　　　　1

在t = 1时获得股票（无分红）的两种方式：

（1）远期合约：在t = 1时，支付 105 ，获得股票。

（2）资产组合（股票 – 零息债券）：在t = 0时，借100（即出售零息债券），购买股票；

在t = 1时，还105。

远期 ＝ 股票 – 零息债券

远期多头： 出售零息债券，购买股票

远期 ＝ 股票 – 零息债券

远期空头： 出售股票，购买零息债券

– 远期 ＝ – 股票 + 零息债券

- **合成远期的应用**
  - 套利
    - 正向套利（先买后卖）
    - 反向套利（先卖后买）
  - 套保
    - 正向套保（先买后卖）
    - 反向套保（先卖后买）

正向套利：先买后卖

现价：$S = 100$

交割价格：$K = 110$

年有效利率5%

0

1

远期价格：$F = 105$

套利方法：

（1）远期空头：$t = 1$时卖出股票，收入110

（2）合成远期多头（股票 - 零息债券）：$t = 0$时，借款100，买入股票。

$t = 1$时偿还105， 利润 = 5

反向套利：先卖后买

现价：$S = 100$

远期交割价格：$K = 102$

年有效利率5%

0

1

远期理论价格：$F = 105$

套利方法：

（1）远期多头，$t = 1$时，买入股票，支出102

（2）合成远期空头（- 股票 + 零息债券）：t = 0时，卖出股票，买入债券。

$t = 1$时，收入105，利润 = 3

正向套保：先买后卖

- 假设投资者是股票远期空头：在时间t = 1 按交割价格105卖出股票。
- 为了套保，合成远期多头：

合成远期多头： t = 0时，借款100，购买股票。t = 1时，支付本息105

反向套保：先卖后买

- 假设投资者是股票远期多头：在时间t =1 按交割价格105买入股票。
- 为了套保，合成远期空头：

远期多头：支出105

现价：100

0 （年有效利率5%） 1

合成远期空头：收入105

合成远期空头： 卖空股票，投资零息债券。到期本息收入105

互换合约

远期合约：只交换一次现金流。

现实：许多交易是重复发生的，如：农场主每年出售小麦

互换合约：交换一系列现金流。由多个远期合约组合而成。

互换的作用：对一系列具有不确定性的现金流进行风险管理。

例：公司在未来两年的每年末需购买1万桶石油，远期价格和即期利率如下：

年度	1	2
远期价格	80	82
即期利率	5%	5.6%

– 在第二年末每桶82美元

为了锁定石油价格，也可以签订一份互换合约：互换价格为 X，则

$$\frac{X}{1.05}+\frac{X}{1.056^2}=\frac{80}{1.05}+\frac{82}{1.056^2} \Rightarrow \quad X=80.97$$

年度	1	2
远期价格	80	82
即期利率	5%	5.6%
互换价格	X	X

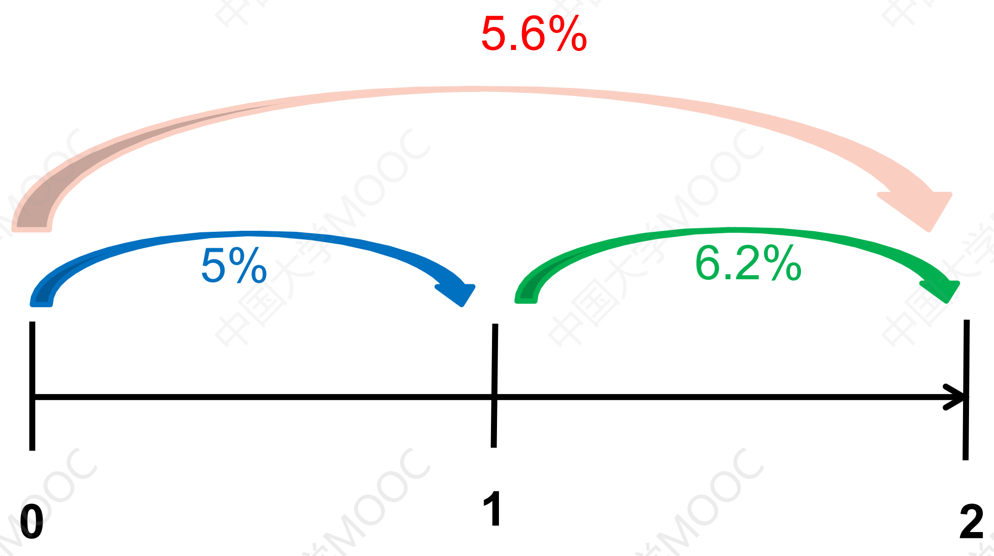
互换与远期的关系

年度	1	2
远期价格	80	82
互换价格	80.97	80.97
价格差额	- 0.97	+ 1.03

- 隐含的1年期远期利率：$1.03 \div 0.97 - 1 = 6.2\%$
- 互换 = 2个远期 + 1个远期利率协议

互换合约隐含的远期利率（6.2%）= 根据即期利率计算的远期利率（6.2%）：

$$(1+0.05)(1+i)=(1+0.056)^2 \quad \Rightarrow \quad i=6.2\%$$

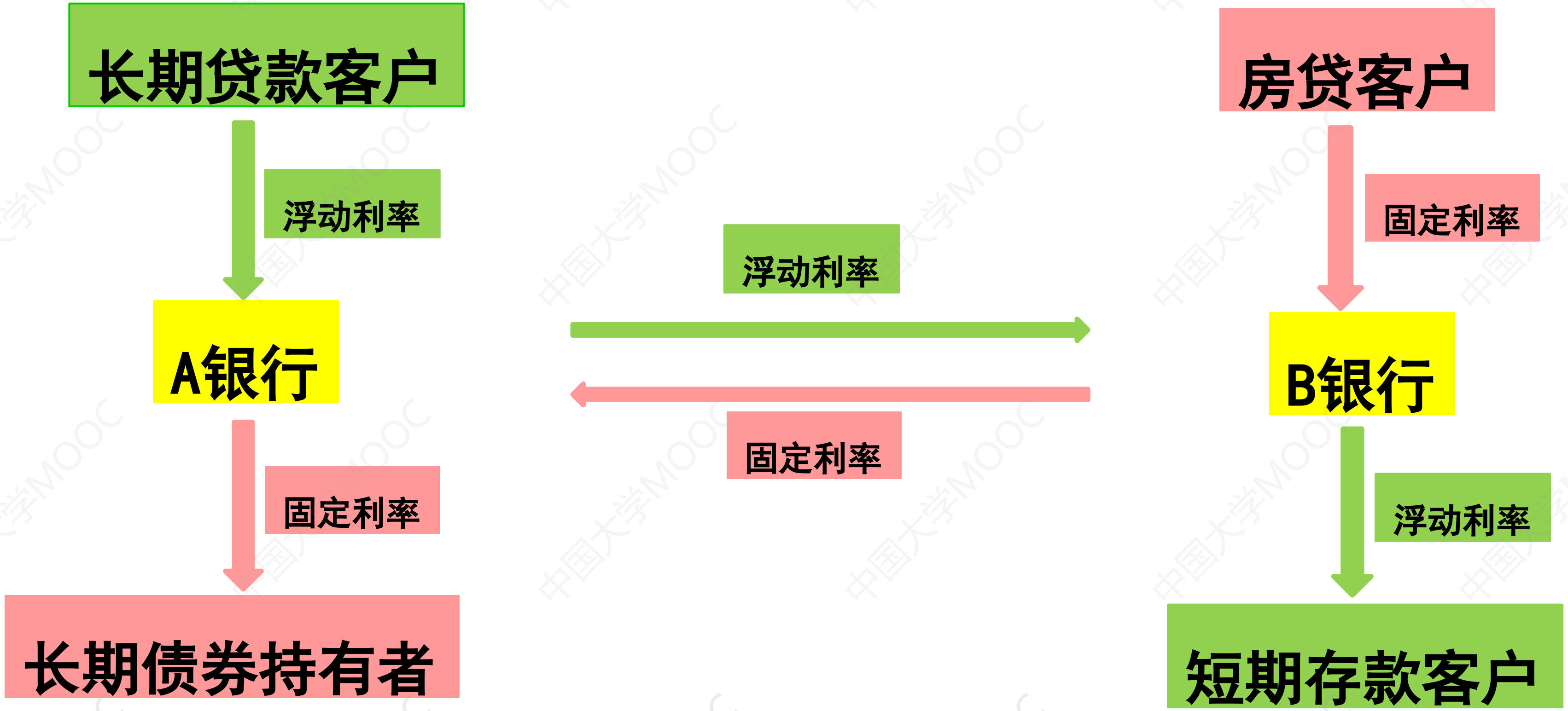


- **互换与远期的关系：**
  - **互换等价于若干个远期，其中一个是远期利率协议。**
  - **远期的初始价值为零，故互换的初始价值也为零。**
  - **合约签订以后，当市场条件发生变化，互换的价值将不再等于零。**

•利率互换

- 双方同意在未来的一定期限内根据同种货币的名义本金交换现金流。
  - 甲方的现金流根据浮动利率计息。
  - 乙方的现金流根据固定利率计息。

利率互换示例


长期贷款客户
浮动利率
A银行
固定利率
长期债券持有者
浮动利率
固定利率
房贷客户
固定利率
B银行
浮动利率
短期存款客户

例：A公司、B公司都想借入1000万元，A需要浮动利率借款，B需要固定利率借款。由于信用等级不同，市场向它们提供的利率也不同：

	固定利率	浮动利率
A公司	10%	LIBOR + 1%
B公司	12%	LIBOR + 2%

不互换： A和B的利息成本为 (LIBOR + 1%) + 12% = LIBOR + 13%

分析： A在固定利率市场有比较优势，B在浮动利率市场有比较优势。

互换： A和B的利息成本为 10% + (LIBOR + 2%) = LIBOR + 12%

总利息成本降低 1%。

•利率互换的定价

- **1元本金，在时间 t_i， 收取浮动利率k_i ，支出固定利率 k， 现值为：**

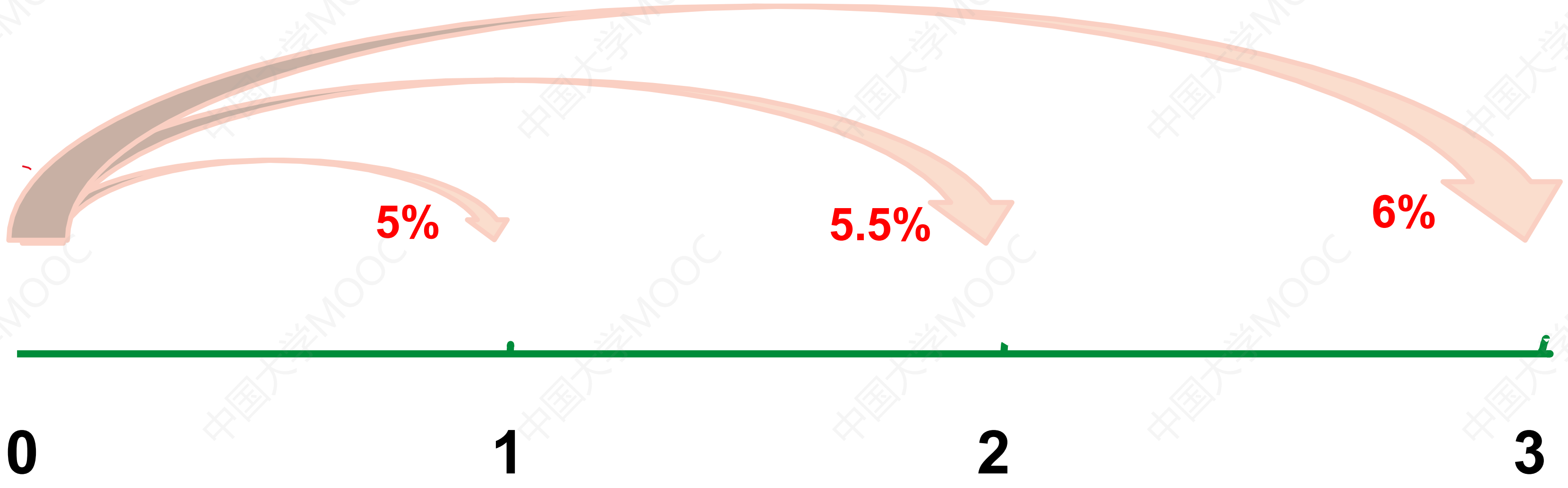
$$\sum_{i=1}^{n}\left(k_i - k\right)e^{-r_i t_i}$$

- **时间零点，互换价值为零，故：**

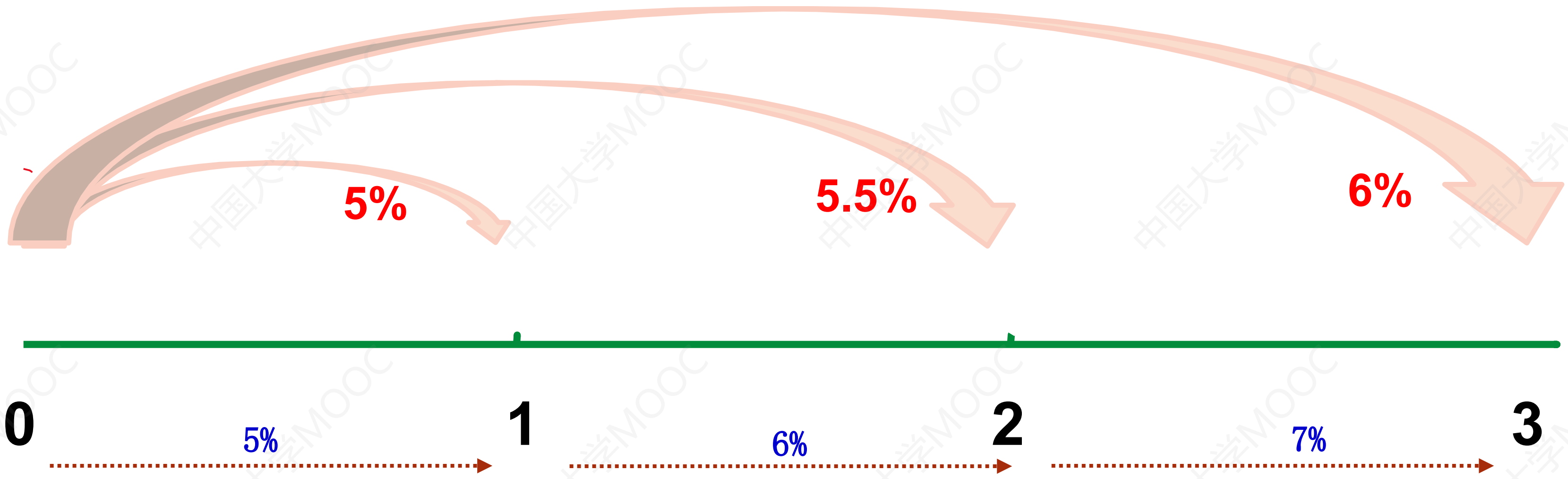
$$k = \frac{\sum_{i=1}^{n} k_i e^{-r_i t_i}}{\sum_{i=1}^{n} e^{-r_i t_i}}$$

（互换利率 = 浮动利率的加权平均，权数为对应的贴现函数）

例：1年期、2年期和3年期的即期利率（年有效利率）分别为5%、5.5%、6%。在一个3年期的利率互换合约中，每年互换一次利息，计算互换利率是多少。



参考答案：



浮动利率：

0 ~ 1年：5%

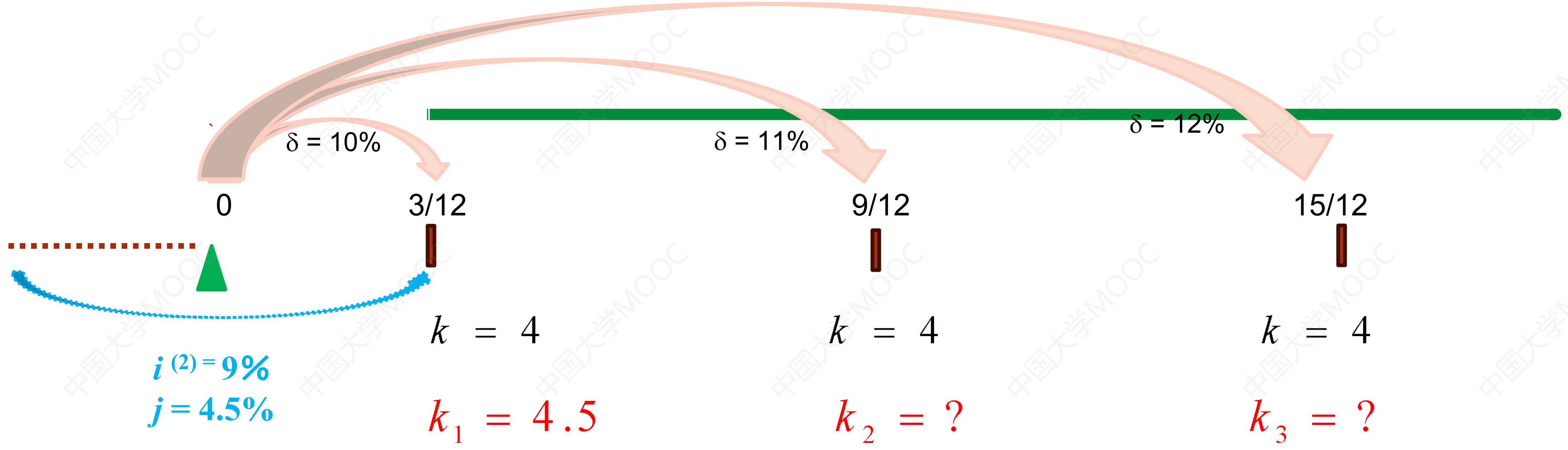
1 ~ 2年：$(1 + 5.5\%)^2 / (1 + 5\%) - 1 = 6\%$

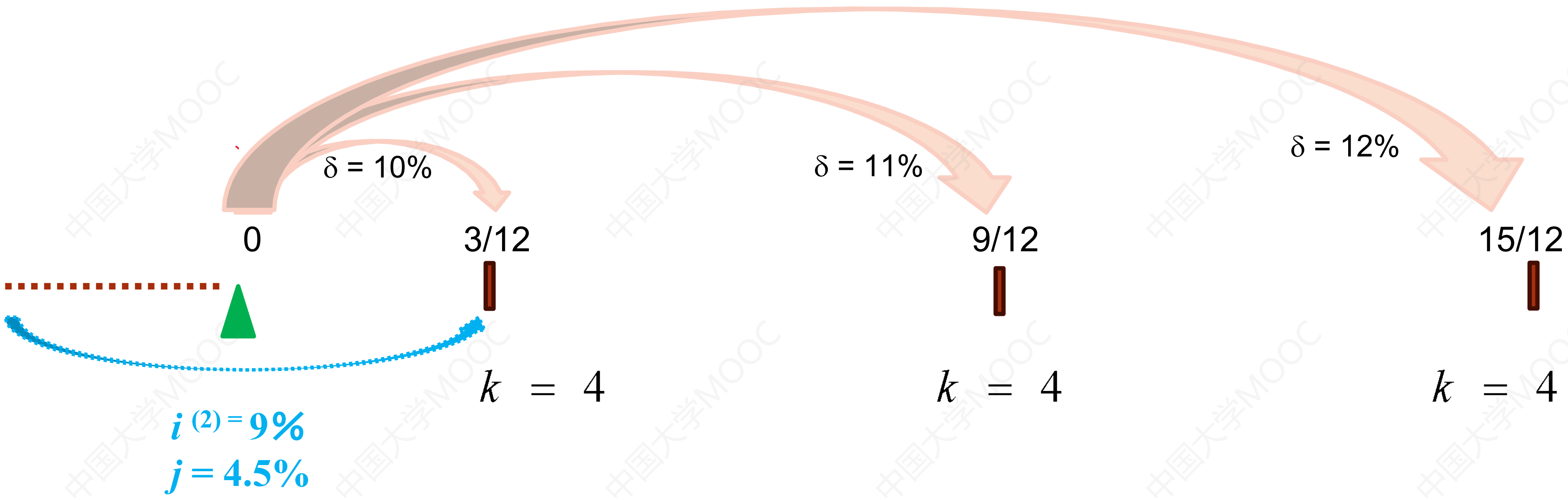
2 ~ 3年：$(1 + 6\%)^3 / (1 + 5.5\%)^2 - 1 = 7\%$

互换利率：

$$k = \frac{5\% \times (1+5\%)^{-1} + 6\% \times (1+5.5\%)^{-2} + 7\% \times (1+6\%)^{-3}}{(1+5\%)^{-1} + (1+5.5\%)^{-2} + (1+6\%)^{-3}} = 5.96\%$$

例： **银行收取8%固定利率（半年支付一次），支出半年期浮动利率，名义本金100万元。互换还有1.25年到期，其中3个月、9个月和15个月期的即期利率（连续复利）分别为10%、11%和12%。在上次利息支付日，6个月浮动利率为9%（半年支付一次）。计算该互换对银行的价值。**





浮动利率
（连续复利）

11.5%　　13.5%

浮动利息

$k_1 = 4.5$

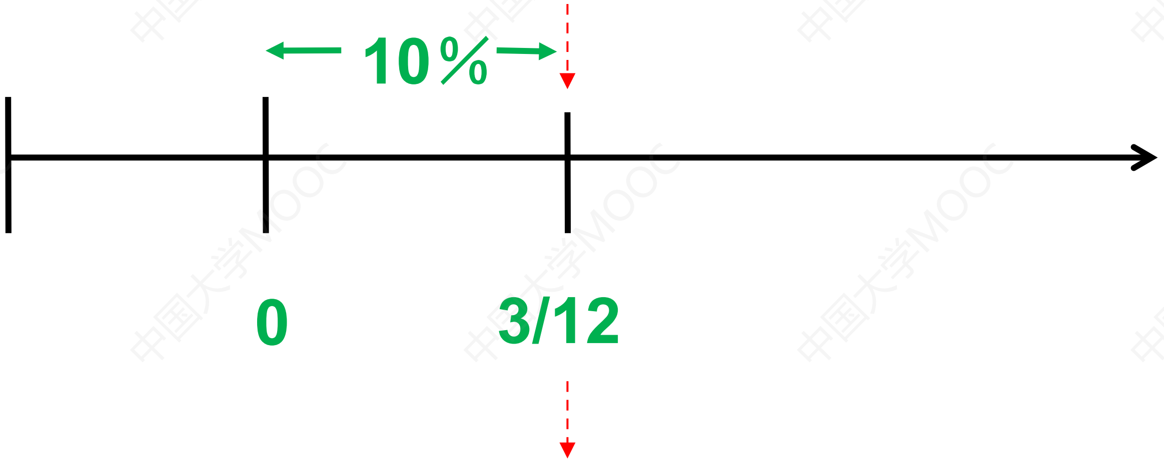
$k_2 = 100\left(e^{0.115\times0.5} - 1\right) = 5.9185$

$k_3 = 100\left(e^{0.135\times0.5} - 1\right) = 6.9830$

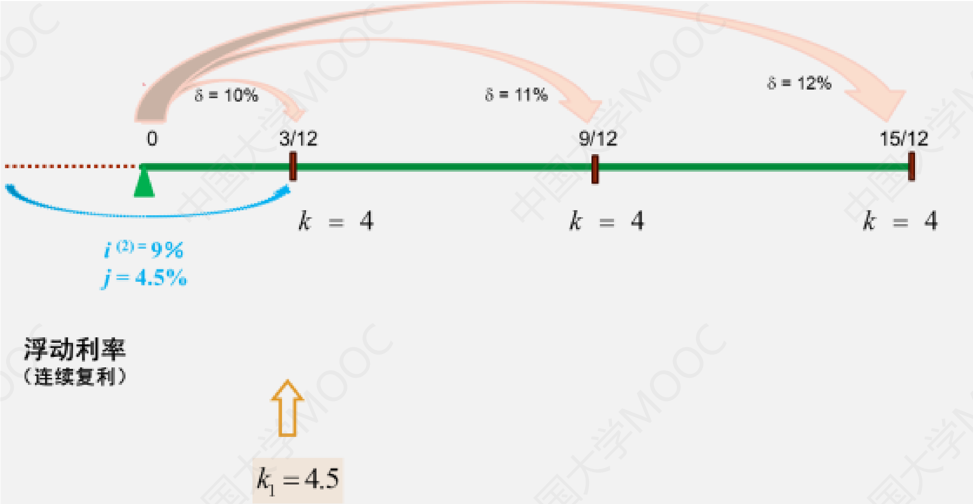
解：第一笔交换对银行的价值：

$$(4-4.5)e^{-0.1\times 3/12}=-0.4877$$

收取固息：***k*** **= 4**



支付浮息 k_1 = 4.5



- **第二笔交换对银行的价值：**
  - 3月末到 9 月末的远期利率为

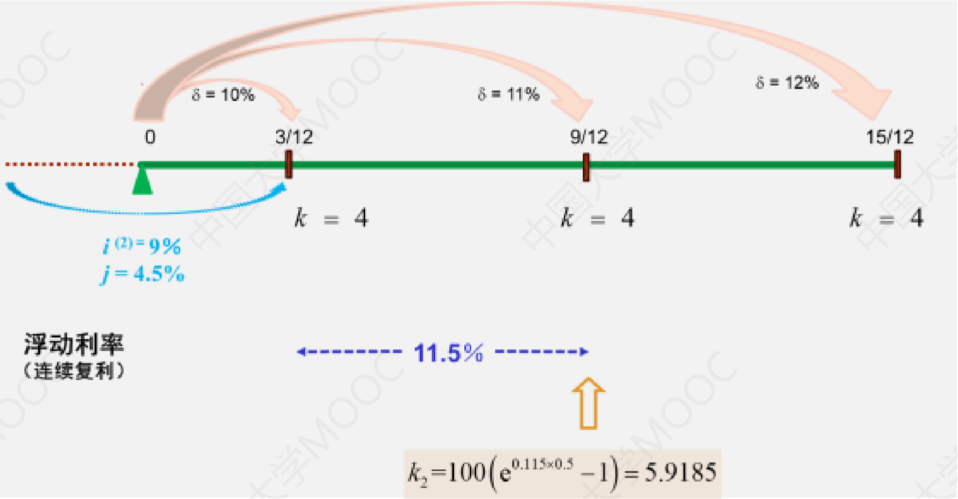
$$R=\frac{0.11\times 9/12-0.10\times 3/12}{9/12-3/12}=0.115$$

  - 9月末银行支付的浮动利息为

$$100\left(e^{0.115\times 6/12}-1\right)=5.9185$$

  - 9月末第二笔交换对银行的价值为

$$\left[4-5.9185\right]e^{-0.11\times 9/12}=-1.7666$$



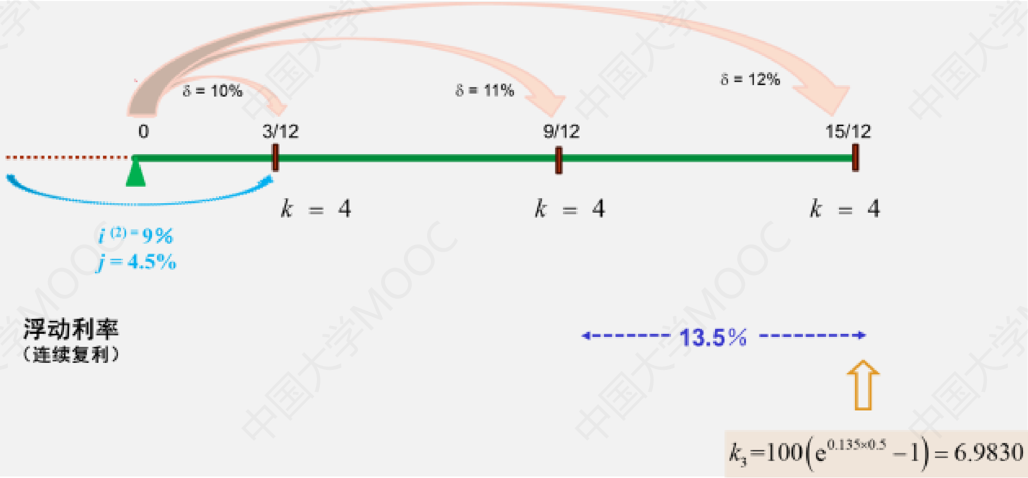
- **第三笔交换对银行的价值：**
  - **从9月末到15月末的远期利率为**

$$R_3 = \frac{0.12\times 15/12 - 0.11\times 9/12}{15/12 - 9/12} = 0.135$$

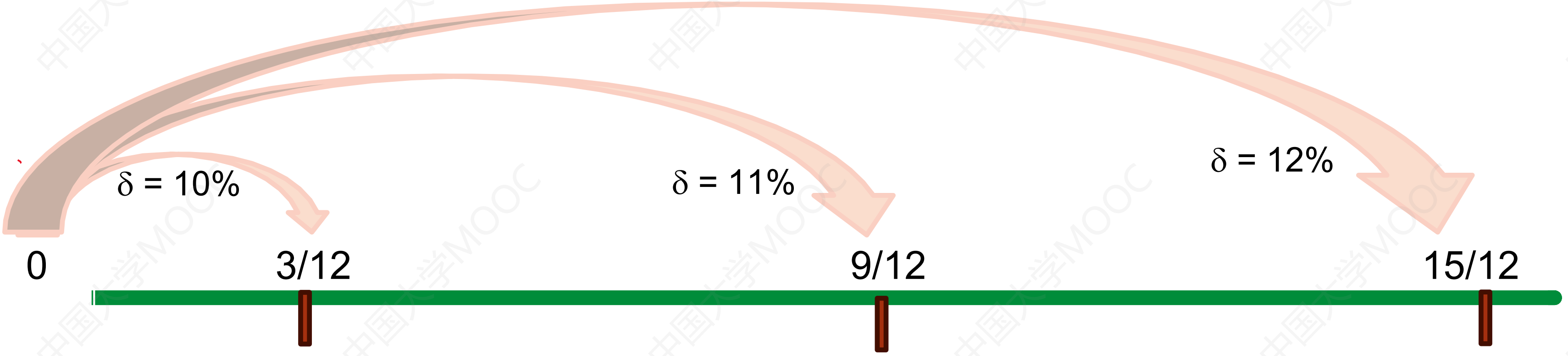
  - **15月末银行支付的浮动利息为**
  - **15月末第三笔交换的价值为**

$$100\left(e^{0.135\times 6/12} - 1\right) = 6.9830$$

$$(4-6.9830)e^{-0.12\times 15/12} = -2.5675$$



上述三笔现金流的价值之和就是利率互换的价值：



$k = 4$ $\quad$ $k = 4$ $\quad$ $k = 4$

$k_1 = 4.5$ $\quad$ $k_2 = 5.9185$ $\quad$ $k_3 = 6.9830$

另一种解法（相当于固定利率债券与浮动利率债券进行互换）固定利率债券的价值为：

$$B_{\text{fixed}} = 4e^{-0.1\times3/12} + 4e^{-0.11\times9/12} + 104e^{-0.12\times15/12} = 97.09812$$

在下一个利息支付日，银行支付的浮动利息为4.5。每次利息支付后，浮动利率债券的价值等于本金100，故浮动利率债券的价值为：

$$B_{\text{floating}} = (100 + 4.5)e^{-0.1\times3/12} = 101.91989$$

利率互换对银行的价值为：

$$B_{固} - B_{浮} = 97.09812 - 101.91989 = -4.8218$$

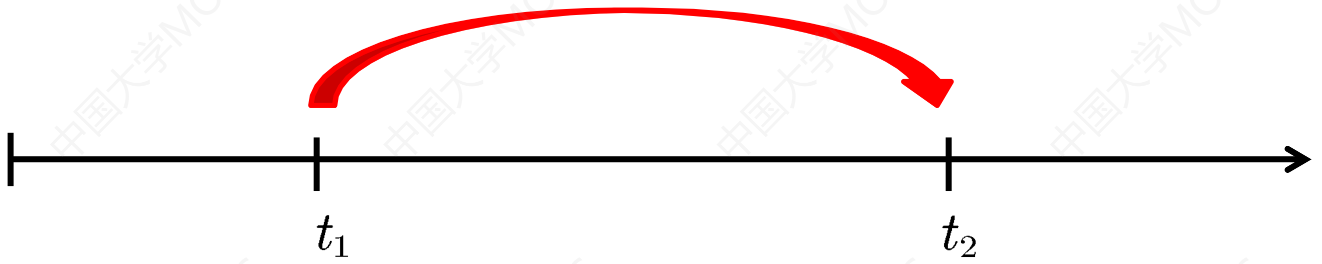
远期、期货和互换

小结

孟生旺

CONTENTS

- **远期合约：在未来买卖资产的协议。**
- **例：远期利率协议，**在未来特定时期按协议利率借贷名义本金的协议。



$$\text{结算金} = \frac{(\text{参照利率} - \text{协议利率}) \times \text{名义本金} \times (t_2 - t_1)}{1 + \text{参照利率} \times (t_2 - t_1)}$$

- **期货合约：标准化的远期合约。**
  - **商品期货**
  - **金融期货**
- **期货合约的定价原理与远期合约相同：**无套利定价原理
  - 具体表现形式：终值相等，现值也相等

金融远期合约的定价

到期前不产生收益的资产： $F = Se^{rT}$

远期价格 = 现价的累积值

到期前产生已知收益的资产： $F = (S - D)e^{rT}$

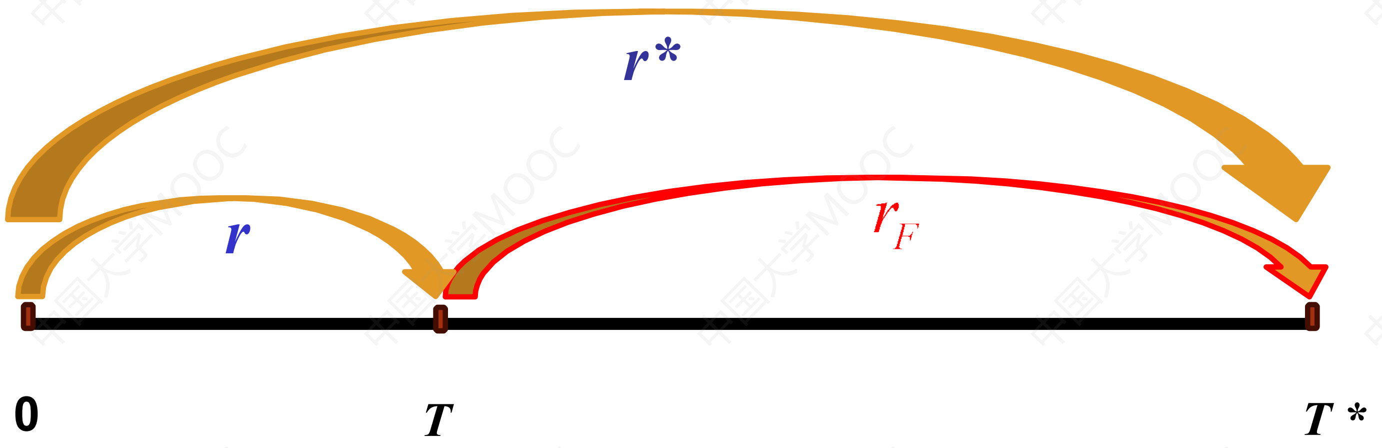
远期价格 = 现价的累积值 - 收益的累积值

到期前产生连续收益率的资产： $F = Se^{(r-\delta)T}$

远期价格 = 现价按净利息力计算的累积值

净利息力 = 无风险利息力 - 连续收益率

远期利率协议的定价



（均为连续复利）

$$r_F = \frac{r^*T^* - rT}{T^* - T}$$

$$\frac{\text{终点利率} \times \text{终点时间} - \text{起点利率} \times \text{起点时间}}{\text{终点时间} - \text{起点时间}}$$

合成远期

合成远期多头： 远期 ＝ 股票 – 零息债券

合成远期空头： – 远期 ＝ – 股票 + 零息债券

应用： 远期价格 ≠ 交割价格，可通过合成远期进行套利或套保。

互换合约

远期：只交换一次现金流。

互换：交换一系列现金流，是多个远期的组合。

例：利率互换是浮动利息与固定利息进行交换。令本金为1，在时间 t_i，收取浮动利率 k_i ，支出固定利率 k，则固定利率（互换利率）是浮动利率的加权平均数：

$$\sum_{i=1}^{n}(k_i-k)\mathrm{e}^{-r_i t_i}=0 \quad \Longrightarrow \quad k=\frac{\sum_{i=1}^{n}k_i\mathrm{e}^{-r_i t_i}}{\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-r_i t_i}}$$

注：$\mathrm{e}^{-r_i t_i}$是用利息力表示的时间t_i的贴现函数

Thank you

Presenter name

www.officeplus.cn